



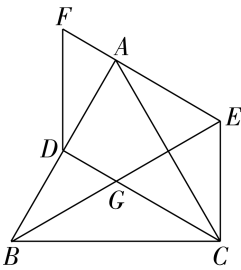
信息二:当地近五年高中数学联赛获奖分数线(单位:分)

年份	2020	2021	2022	2023	2024
获奖分数线	90	89	90	89	90

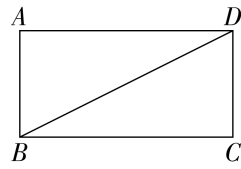
试根据以上信息及你所学的统计学知识,解决以下问题:

- (1)计算 $\alpha$ 的值,并根据平均数与方差对甲、乙的成绩进行评价;
- (2)计算当地近五年高中数学联赛获奖分数线的平均数,并说明:若要从中选择一人参加高中数学联赛,选谁更合适;
- (3)若要从中选择一人参加进一步的培养,从发展潜能的角度考虑,你认为选谁更合适? 为什么?

21. (8分)如图,△ABC是等边三角形,D是AB的中点,CE⊥BC,垂足为C,EF是由CD沿CE方向平移得到的. 已知EF过点A,BE交CD于点G.
- (1)求∠DCE的大小;
- (2)求证:△CEG是等边三角形.



22. (10分)如图,矩形ABCD中,AB<AD.
- (1)求作正方形EFGH,使得点E,G分别落在边AD,BC上,点F,H落在BD上;(要求:尺规作图,不写作法,保留作图痕迹)
- (2)若AB=2,AD=4,求(1)中所作的正方形的边长.



23. (10分)在平面直角坐标系中,二次函数 $y=ax^2+bx-2$ 的图象过点 $A(1,t),B(2,t)$ .

- (1)求 $\frac{b}{a}$ 的值;
- (2)已知二次函数 $y=ax^2+bx-2$ 的最大值为 $1-\frac{3}{4}a^2$ .
- (i)求该二次函数的表达式;
- (ii)若 $M(x_1,m),N(x_2,m)$ 为该二次函数图象上的不同两点,且 $m\neq 0$ ,求证: $\frac{(x_1-1)^2}{m}=\frac{x_2-2}{x_1-2}$ .

24. (12分)阅读材料,回答问题.

主题	两个正数的积与商的位数探究
提出问题	小明是一位爱思考的小学生. 一次,在完成多位数的乘法时,他根据算式“ $46\times 2=92;35\times 21=735;663\times 11=7\ 293;186\times 362=67\ 332$ ”,猜想: $m$ 位的正整数与 $n$ 位的正整数的乘积是一个 $(m+n-1)$ 位的正整数
分析探究	问题1 小明的猜想是否正确? 若正确,请给予证明;否则,请举出反例
推广延伸	<p>小明的猜想激发了初中生小华的探究热情. 为了使问题的研究推广到有理数的乘法,进而迁移到对除法的研究,小华将数的“位数”与“数字”的概念进行推广,规定:如果一个正数用科学记数法表示为<math>a\times 10^n</math>,则称这个数的位数是<math>n+1</math>,数字是<math>a</math>.</p> <p>借此,小华研究了两个数乘积的位数问题,提出并证明了以下命题.</p> <p>命题:若正数<math>A,B,C</math>的位数分别为<math>m,n,p</math>,数字分别为<math>a,b,c</math>,且<math>A\times B=C</math>,则必有<math>c\geqslant a</math>且<math>c\geqslant b</math>,或<math>c&lt;a</math>且<math>c&lt;b</math>. 并且,当<math>c\geqslant a</math>且<math>c\geqslant b</math>时,<math>p=m+n-1</math>;当<math>c&lt;a</math>且<math>c&lt;b</math>时,<math>p=m+n</math>.</p> <p>证明:依题意知,<math>A,B,C</math>用科学记数法可分别表示为<math>a\times 10^{m-1},b\times 10^{n-1},c\times 10^{p-1}</math>,其中<math>a,b,c</math>均为正数.</p> <p>由<math>A\times B=C</math>,得<math>ab\times 10^{m+n-2}=c\times 10^{p-1}</math>,即<math>\frac{ab}{c}=10^{p-m-n+1}</math>. (※)</p> <p>当<math>c\geqslant a</math>且<math>c\geqslant b</math>时,<math>\frac{a}{c}\leqslant 1</math>,所以<math>\frac{ab}{c}\leqslant b&lt;10</math>,又<math>\frac{ab}{c}\geqslant \frac{a}{c}&gt;\frac{1}{10}</math>,所以<math>\frac{1}{10}&lt;\frac{ab}{c}&lt;10</math>. 由(※)知,<math>\frac{ab}{c}=1</math>,所以<math>p=m+n-1</math>;</p> <p>当<math>c\geqslant a</math>且<math>c&lt;b</math>时,<math>\begin{cases} \frac{a}{c}\leqslant 1, \\ \frac{b}{c}&gt;1, \end{cases}</math> 所以<math>\begin{cases} \frac{ab}{c}\leqslant b&lt;10, \\ \frac{ab}{c}&gt;a\geqslant 1, \end{cases}</math> 所以<math>1&lt;\frac{ab}{c}&lt;10</math>,与(※)矛盾,不合题意;</p> <p>当<math>c&lt;a</math>且<math>c\geqslant b</math>时, ① _____;</p> <p>当<math>c&lt;a</math>且<math>c&lt;b</math>时, ② _____.</p> <p>综上所述,命题成立</p>
拓展迁移	问题2 若正数 $A,B$ 的位数分别为 $m,n$ ,那么 $\frac{A}{B}$ 的位数是多少? 证明你的结论

- (1)解决问题1;
- (2)请把①②所缺的证明过程补充完整;
- (3)解决问题2.

25. (14分)如图,四边形ABCD内接于⊙O,AD,BC的延长线相交于点E,AC,BD相交于点F.G是AB上一点,GD交AC于点H,且AB=AC,BG=DG.
- (1)求证:∠ABC=∠DBE+∠E;
- (2)求证:AH<sup>2</sup>=HF·HC;
- (3)若tan∠ABC=√5,AD=2DE,CD=√6,求△AGH的周长.

